

## ODREĐIVANJE FREKVENCIJSKI ZAVISNE PODUŽNE IMPEDANSE ALUČEL PROVODNIKA

N. Mučalica, "Energotehnika – Južna Bačka", Novi Sad, R. Srbija  
M. Prša, Fakultet tehničkih nauka, Novi Sad, R. Srbija  
K. Kasaš-Lažetić, Fakultet tehničkih nauka, Novi Sad, R. Srbija  
N. Đurić, Fakultet tehničkih nauka, Novi Sad, R. Srbija

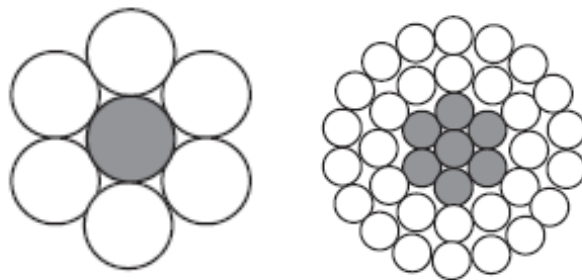
### UVOD

Zbog pojave površinskog efekta u provodnicima sa vremenski promenljivim strujama, strujna raspodela po poprečnom preseku provodnika nije ravnomerna. Izrazitost površinskog efekta zavisi od oblika i veličine poprečnog preseka provodnika, od električnih i magnetskih parametara materijala od koja je načinjen provodnik, kao i od frekvencije struje u njemu. Da bi se minimizovali gubici u provodniku, površinski efekat mora da bude što manje izrazit, odnosno, raspodela struje po poprečnom preseku provodnika treba da bude što ravnomernija.

Vremenske promene veličina u elektrotehničkoj praksi su najčešće prostoperiodične, pa u linearnim problemima može da se koristi kompleksna notacija i ona je korišćena u svim izvedenim proračunima.

Prisustvo viših harmonika u električnim sistemima je neizbežno, tako da je od posebnog značaja ponašanje provodnika, ne samo na osnovnoj, industrijskoj frekvenciji 50Hz, već i na višim frekvencijama. Zbog toga su svi proračuni izvedeni za devet različitih frekvencija, sa posebnim akcentom na neparne harmonike, koji se najčešće pojavljuju. Površinski efekat je utoliko izrazitiji, ukoliko je frekvencija viša i u provodnicima većih poprečnih preseka.

Realan provodnik, sastavljen od koaksijalno postavljenih cilindričnih provodnika, kružnog poprečnog preseka unutrašnjeg od čelika, a spoljašnjeg od aluminijuma prikazan je na Sl. 1. (1).



Sl. 1. Poprečni presek realnih provodnika, prikazanih u ovom radu

<sup>1</sup>Email: [nikola.mučalica@entjuba.rs](mailto:nikola.mučalica@entjuba.rs), <sup>2</sup>Email: [kkasas@uns.ac.rs](mailto:kkasas@uns.ac.rs), <sup>3</sup>Email: [prsa@uns.ac.rs](mailto:prsa@uns.ac.rs), <sup>4</sup>Email: [ndjuric@uns.ac.rs](mailto:ndjuric@uns.ac.rs)

Cilj istraživanja prikazanog u ovom radu je bilo numeričko određivanje podužne impedanse realnog provodnika, za devet različitih frekvencija, pri čemu je posebno prikazan realni deo te impedanse, podužna otpornost, a iz imaginarnog dela izračunate impedanse je određena podužna induktivnost za pet standardizovanih Alu/Če provodnika, koji se najčešće koriste u elektrodistributivnim sistemima. Oznake i dimenzije tih provodnika su prikazane u Tabeli 1.

TABELA 1- DIMENZIJE STANDARDIZOVANIH ALUČEL PROVODNIKA PRIKAZANIH U OVOM RADU

S [mm <sup>2</sup> ]	S <sub>alu</sub> [mm]	S <sub>če</sub> [mm <sup>2</sup> ]
25/4	25	4
35/6	35	6
50/8	50	8
70/12	70	12
95/15	95	15

## TEORIJSKE OSNOVE RADA

Čelično jezgro užeta je napravljeno od magnetski nelinearnog materijala, što znači da njegova permeabilnost zavisi od intenziteta vektora magnetske indukcije. Međutim, njegova relativna permeabilnost je veoma mala (2), a, osim toga, zbog velike razlike specifičnih provodnosti aluminijuma i čelika, mnogo veći deo struje je lociran u aluminijumskom delu užeta (3). Zbog toga, nelinearnost materijala od koga je napravljeno jezgro užeta može da se zanemari, tako da ceo problem može da se posmatra kao linearan.

Kao što je već rečeno, linearnost problema i prostoperiodične struje, omogućavaju da problem može da se definiše i rešava u kompleksnom domenu. Zbog linearnosti problema, jačina struje u provodniku neće uticati na oblik elektromagnetskog polja u provodniku i van njega, pa u provodniku može da se pretpostavi kompleksna struje jačine,

$$\underline{I}_0 = (1 + j0)A. \quad 1)$$

Geometrija problema, prikazana na slikama 1 i 2, ukazuje da je najbolje izabrati cilindrični koordinatni sistem sa z-osom u pravcu ose provodnika, pri čemu se strujna raspodela po poprečnom preseku provodnika računa u  $r$ - $\varphi$  ravni Sl. 2. Na taj način, razmatrani problem može da se tretira kao dvodimenzionalan.

Kako, prema postavljenom koordinatnom sistemu, kompleksni vektor gustine struje ima samo z-komponentu i funkcija je  $r$  i  $\varphi$  koordinate, može da se zaključi da i magnetski vektor potencijal ima samo z komponentu i da je funkcija  $r$  i  $\varphi$  koordinata,

$$\underline{\vec{A}}(r, \varphi) = \underline{\vec{i}}_z \underline{A}_z(r, \varphi).$$

Magnetski vektor potencijal je rešenje parcijalne diferencijalne jednačine u kompleksnom obliku (4),

$$\Delta \underline{A}_z - j\omega\mu\sigma \underline{A}_z = -\mu_0 \underline{J}_z,$$

koja, u cilindričnom koordinatnom sistemu, glasi (4), (5)

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial \underline{A}_z}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \underline{A}_z}{\partial \varphi^2} - j\omega\mu\sigma \underline{A}_z = -\mu_0 \underline{J}_z. \quad 2)$$

Za rešavanje predhodne diferencijalne jednačine potrebno je definisati granične uslove. U svim razmatranim situacijama se, kao granični uslov, postavljalo da je magnetski vektor potencijal jednak nuli dovoljno daleko od provodnika.

Izračunate vrednosti magnetskog vektor potencijala definišu vektor gustine indukovane struje unutar provodnika kao,

$$\underline{\vec{J}}_{ind} = -j\omega\sigma \underline{\vec{A}}. \quad 3)$$

Provera dobijenih vrednosti vektora gustine struje može da se izvrši integracijom ukupnog kompleksnog vektora gustine struje po poprečnom preseku provodnika, pri čemu, kao rezultat te integracije, mora da se dobije pretpostavljena kompleksna jačina struje,

$$\underline{I}_0 = \int_S \underline{\vec{J}}_{uk} \cdot d\underline{\vec{S}}. \quad 4)$$

<sup>1</sup>Email: [nikola.mucalica@entjuba.rs](mailto:nikola.mucalica@entjuba.rs), <sup>2</sup>Email: [kkasas@uns.ac.rs](mailto:kkasas@uns.ac.rs), <sup>3</sup>Email: [prsa@uns.ac.rs](mailto:prsa@uns.ac.rs), <sup>4</sup>Email: [ndjuric@uns.ac.rs](mailto:ndjuric@uns.ac.rs)

gde je kompleksni vektor gustine ukupne struje,

$$\vec{J}_{uk} = \vec{J}_z + \vec{J}_{ind} \quad (5)$$

Da bi se odredila podužna impedansa alučel užeta, a iz nje podužna otpornost i induktivnost, definiše se kompleksni Pointingov vektor,

$$\vec{P} = \vec{E} \times \vec{H}^* \quad (6)$$

Podužna otpornost i podužna reaktansa su definisane preko fluksa kompleksnog Pointingovog vektora kroz cilindričnu površ koja obuhvata provodnik, dužine 1m,

$$R' = \frac{1}{|I_0|^2} \operatorname{Re} \left\{ \int_{S_{prov}} \vec{P} \cdot d\vec{S} \right\} \quad (7)$$

i

$$X' = \frac{1}{|I_0|^2} \operatorname{Im} \left\{ \int_{S_{prov}} \vec{P} \cdot d\vec{S} \right\} \quad (8)$$

Podužna induktivnost se dobija iz izračunate vrednosti podužne reaktanse,

$$L' = \frac{X'}{\omega} = \frac{X'}{2\pi f} \quad (9)$$

Svi rezultati su dobijeni pomoću programskog paketa "COMSOL-MULTIPHYSICS 3.5" (6), zasnovanog na metodi konačnih elemenata.

## MODEL

Za numeričko rešavanje postavljenog problema primenjen je AC/DC modul COMSOL Multiphysics 3.5a paketa, COMSOL MULTIPHYSICS (6), koji obezbeđuje jedinstveno okruženje u 2D i 3D prostoru. Izabran je "Quasi-static, Magnetic-Perpendicular Induction Currents, Vector Potential" mod, i Time-harmonic simulacija. Sistem se analizira u  $r$ - $\varphi$  ravni, tako da je u tom slučaju z osa u osi alučel užeta. Vektor gustine struje  $\vec{J}$ , tada ima samo z komponentu i prema geometriji sistema, ceo problem može da se svede na dvodimenzionalan.

U posmatranom modelu analiza je izvršena pretpostavljajući da je kompleksna jačina struje u provodniku intenziteta,  $I_0 = (1 + j0) A$ .

U posmatranom modelu, električne i magnetske karakteristike okruženja (vazduh) su takođe podešene na odgovarajuće vrednosti ( $\epsilon_r=1$ ,  $\mu_1=1$ ,  $\sigma=0$ ).

Specifične provodnosti materijala od kojih je načinjen provodnik su preuzete iz (2), i iznose  $\sigma_{Al}=3,55 \cdot 10^7$  (S/m) i  $\sigma_{ce}=0,559 \cdot 10^7$  (S/m). Relativna permeabilnost čelika je usrednjena vrednost iz (2) i iznosi,  $\mu_{rce}=125$ .

Oblast od interesa za proračun se ograničava crtanjem kruga dovoljno velikih dimenzija, radi postavljanja graničnih uslova. U ovom primeru je za granicu oblasti izabran krug poluprečnika  $r=1000m$ , sa središtem u koordinatnom početku.

Da bi se što tačnije odredila strujna raspodela u alučel užetu, neophodno je postaviti dovoljno gustu mrežu u svim delovima posmatranog modela. Gušća mreža se formira u domenima u kojima se očekuju brže prostorne promene veličina koje su od najvišeg interesa, u konkretnom slučaju vektora gustine struje. Program COMSOL Multiphysics 3.5a automatski generiše mrežu koja odgovara tim zahtevima i nije bilo potrebe po dodatnim prilagođavanjima postavljene mreže.

Predviđenom procedurom, program vrši izračunavanje vrednosti magnetskog vektor potencijala u određenim tačkama mreže, a pomoću njega se određuju vektor gustine struje, vektor jačine električnog polja (u konkretnom slučaju je relevantna samo indukovana komponenta) i vektor jačine magnetskog polja, potrebni za dalje proračune. Nakon toga se, prema jednačini 6), određuje kompleksni Pointingov vektor u svim tačkama površi koja obuhvata provodnik i njegov fluks kroz tu površ, koji predstavlja kompleksnu snagu predatu provodniku, a preko te snage je određena podužna impedansa provodnika.

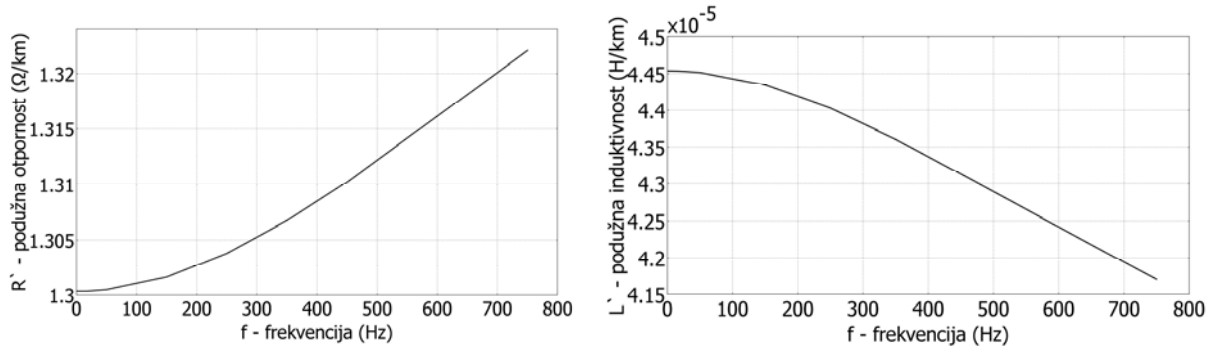
Program podržava različite načine prikazivanja rezultata. U ovom radu su, za prikazivanje podužne otpornosti i induktivnosti u zavisnosti od frekvencije.

<sup>1</sup>Email: [nikola.mucalica@entjuba.rs](mailto:nikola.mucalica@entjuba.rs), <sup>2</sup>Email: [kkasas@uns.ac.rs](mailto:kkasas@uns.ac.rs), <sup>3</sup>Email: [prsa@uns.ac.rs](mailto:prsa@uns.ac.rs), <sup>4</sup>Email: [ndjuric@uns.ac.rs](mailto:ndjuric@uns.ac.rs)

## REZULTATI PRORAČUNA

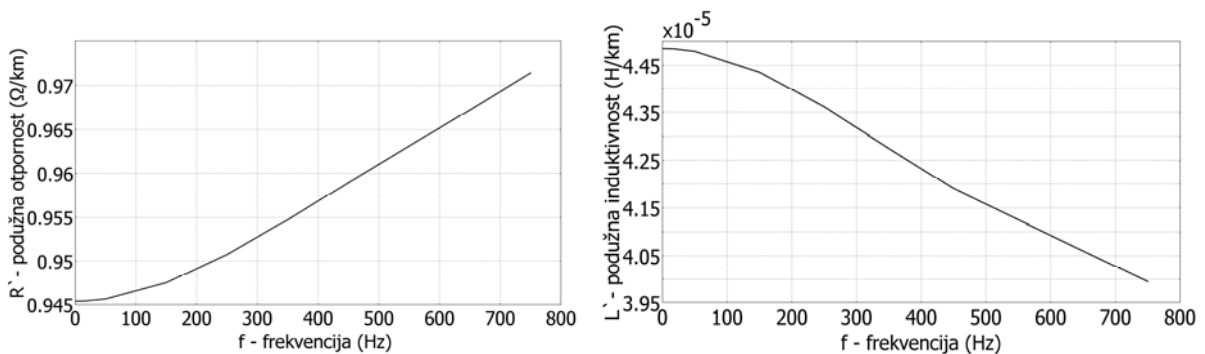
Promena podužnih otpornosti i induktivnosti u zavisnosti od frekvencije prikazana je za sve poprečne preseke Alučel užadi iz tabele 1.

Na Sl. 2. su prikazane podužne otpornosti i induktivnosti Alučel užeta poprečnog preseka 25/4 mm<sup>2</sup>.



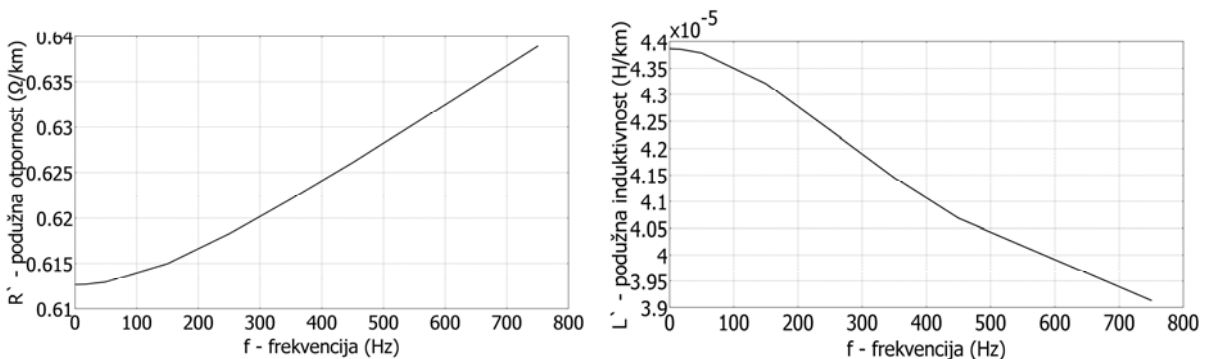
Sl 2. Frekvencijska zavisnost podužnih otpornosti i podužnih induktivnost Alučel užeta 25/4 mm<sup>2</sup>.

Na Sl. 3. su prikazane podužne otpornosti i induktivnosti Alučel užeta poprečnog preseka 25/4 mm<sup>2</sup>.



Sl 3. Frekvencijska zavisnost podužnih otpornosti i podužnih induktivnost Alučel užeta 35/6 mm<sup>2</sup>.

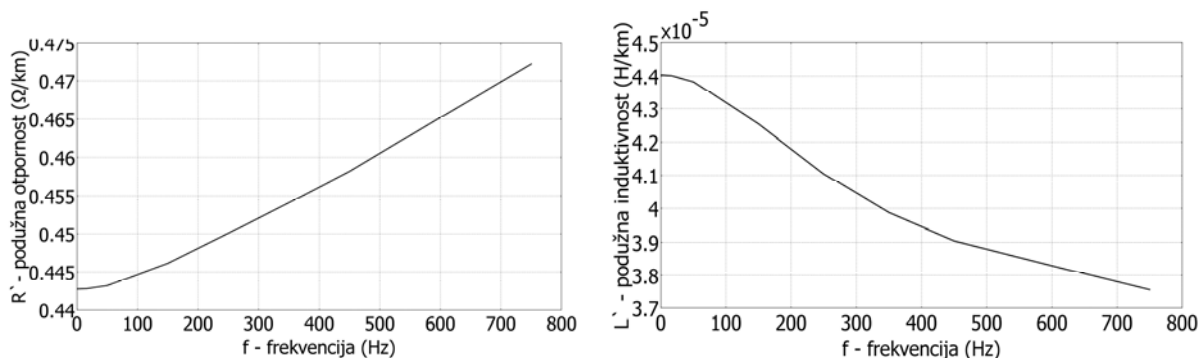
Na Sl. 4. su prikazane podužne otpornosti i induktivnosti Alučel užeta poprečnog preseka 50/8 mm<sup>2</sup>.



Sl 4. Frekvencijska zavisnost podužnih otpornosti i podužnih induktivnost Alučel užeta 50/8 mm<sup>2</sup>.

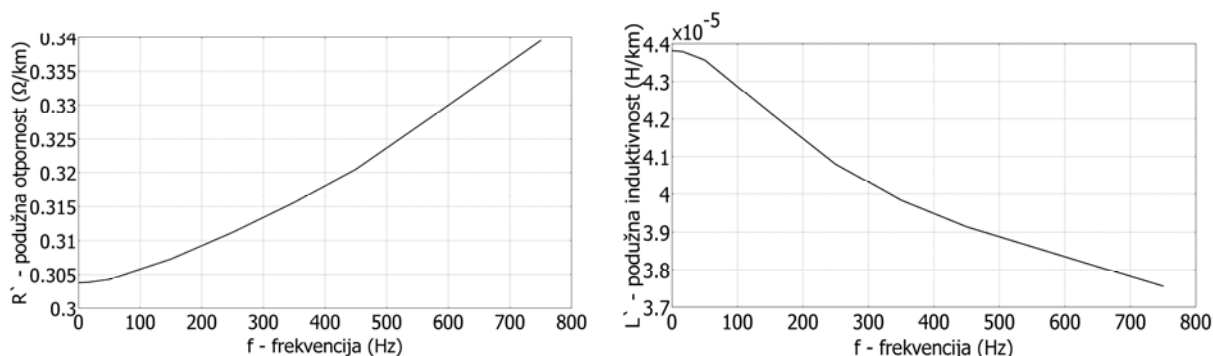
<sup>1</sup>Email: [nikola.mucalica@entjuba.rs](mailto:nikola.mucalica@entjuba.rs), <sup>2</sup>Email: [kkasas@uns.ac.rs](mailto:kkasas@uns.ac.rs), <sup>3</sup>Email: [prsa@uns.ac.rs](mailto:prsa@uns.ac.rs), <sup>4</sup>Email: [ndjuric@uns.ac.rs](mailto:ndjuric@uns.ac.rs)

Na Sl. 5. su prikazane podužne otpornosti i induktivnosti Alučel užeta poprečnog preseka 70/12 mm<sup>2</sup>.



Sl 5. Frekvencijska zavisnost podužnih otpornosti i podužnih induktivnost Alučel užeta 70/12 mm<sup>2</sup>.

Na Sl. 6. su prikazane podužne otpornosti i induktivnosti Alučel užeta poprečnog preseka 95/15 mm<sup>2</sup>.



Sl 6. Frekvencijska zavisnost podužnih otpornosti i podužnih induktivnost Alučel užeta 95/15 mm<sup>2</sup>.

Kao što se i očekivalo, površinski efekat je tim izrazitiji, što je veći poprečni presek užeta. Povećanjem poprečnog preseka užeta, i time izrazitijeg površinskog efekta, dolazi do manje početne vrednosti podužne otpornosti, ali do relativno bržeg porasta te otpornosti pri povećanju frekvencije.

I pored male vrednosti permeabilnosti čeličnog jezgra, jezgro ipak značajno utiče na vrednosti podužne induktivnosti. Obzirom na različite površine poprečnih preseka čeličnih jezgara kod posmatranih provodnika, od početne vrednosti podužne induktivnosti, koja je približno ista u svim slučajevima, povećanjem frekvencije ta induktivnost opada skoro linearno u svim slučajevima, s tim što kod provodnika većih poprečnih preseka opada brže, ponovo kao posledica izrazitijeg površinskog efekta. Opadanje podužne induktivnosti sa porastom frekvencije je posledica smanjenja dela provodnika u kome postoji magnetsko polje i time smanjenje i ukupne energije sadržane u magnetskom polju unutar provodnika. I pored linearizacije i homogenizacije materijala čeličnog jezgra, zbog njegove različite konfiguracije kod pojedinih provodnika nemoguće je odrediti pravilnu zakonitost u promeni podužne induktivnosti u zavisnosti od frekvencije.

Iz prikazanih dijagrama se vidi i da su vrednosti podužne induktivnosti veoma male, pa su male i podužne reaktanse u poređenju sa podužnim otpornostima, tako da je podužna impedansa praktično čisto realna. Čak i na niskim frekvencijama, kod provodnika najvećeg poprečnog preseka, podužna otpornost je oko trideset puta veća od podužne reaktanse. Drugim rečima, zavisnost modula podužne impedanse od frekvencije bi izgledala vrlo slično dijagramima zavisnosti podužne otpornosti od frekvencije.

Obzirom da su u proračunima određivane samo unutrašnje podužne induktivnosti, sasvim druga slika bi se dobila posmatranjem celog trofaznog sistema, gde bi značajnu ulogu igrale spoljašnje induktivnosti između pojedinih provodnika.

<sup>1</sup>Email: [nikola.mucalica@entjuba.rs](mailto:nikola.mucalica@entjuba.rs), <sup>2</sup>Email: [kkasas@uns.ac.rs](mailto:kkasas@uns.ac.rs), <sup>3</sup>Email: [prsa@uns.ac.rs](mailto:prsa@uns.ac.rs), <sup>4</sup>Email: [ndjuric@uns.ac.rs](mailto:ndjuric@uns.ac.rs)

## ZAKLJUČAK

Rezultati dobijeni primenom računarskog paketa COMSOL Multiphysics 3.5a, prikazuju očekivane vrednosti podužne otpornosti i podužne induktivnosti Alučel užadi, kao i očekivane promene tih vrednosti pri porastu frekvencije.

Prikazano je i da ovaj računarski program, sa odgovarajućim modulom može da se koristi za određivanje podužnih impedansi provodnika svih oblika poprečnog preseka. Korišćenjem opisanog postupka je moguće optimizovanje konstrukcije provodnika, tako da se u njima jave najmanji gubici.

Frekvencijski zavisna impedansa je značajna zbog sve većeg prisustva viših harmonika u mreži, tako da rezultati ovih proračuna mogu da se koriste i u slučaju poznatih procenata viših harmonika struje u provodniku, a i u celoj elektrodistributivnoj mreži.

U sledećem periodu se planira proračun frekvencijski zavisnih impedansi celog trofaznog voda, pri čemu se očekuju znatno veće vrednosti podužne induktivnosti, odnosno podužne reaktanse celog voda.

## ZAHVALNICA

Rad predstavlja deo istraživanja na projektu broj TR32055, finansiranim od strane Ministarstva za nauku i tehnološki razvoj Srbije, 2011-2014.

## LITERATURA

1. „Užad za nadzemne vodove“, dokument u .pdf formatu, skinut sa internet stranice [http://www.elka.hr/media/katalog/14/alu-celicna\\_uzad\\_za\\_nadzemne\\_vodove.pdf](http://www.elka.hr/media/katalog/14/alu-celicna_uzad_za_nadzemne_vodove.pdf) 18. januara 2011.
2. Kasaš-Lažetić K, Prša M, Herceg D, Đurić N, 2012, „Određivanje električnih i magnetskih karakteristika Alučel užadi“, 8. Savetovanje o elektrodistributivnim mrežama Srbije CIRED 2012, Vrnjačka Banja, 23. do 28. 09. 2012. god.
3. Kasaš-Lažetić K, Prša M, Mučalica N, 2011, „Preciznije određivanje frekvencijski zavisnih ekvivalentnih poluprečnika alučel provodnika“, Međunarodni naučno-stručni simpozijum INFOTEH-Jahorina 2011, Jahorina, 16-18. mart 2011, Vol 10. Ref D-13 str. 334-338. ISBN 99938-624-2-8 <http://www.infoteh.rs.ba/rad/2011/D/D-13.pdf>
4. Popović B D, 2000, „Elektromagnetika“, „Građevinska knjiga“, Beograd, str. 35-37.
5. Stojaković M, 2001, „Matematička analiza 2 – drugi deo“, Fakultet tehničkih nauka Novi Sad, str. 108.
6. COMSOL MULTIPHYSICS, CLS 3.5a documentation 2008.

<sup>1</sup>Email: [nikola.mucalica@entjuba.rs](mailto:nikola.mucalica@entjuba.rs), <sup>2</sup>Email: [kkasas@uns.ac.rs](mailto:kkasas@uns.ac.rs), <sup>3</sup>Email: [prsa@uns.ac.rs](mailto:prsa@uns.ac.rs), <sup>4</sup>Email: [ndjuric@uns.ac.rs](mailto:ndjuric@uns.ac.rs)